Universidad Rey Juan Carlos

**MATEMATICAS EMPRESARIALES** **ADE** **DICIEMBRE 2015**

| NOMBRE | APELLIDOS | GRUPO |
|---|---|---|
| | | |

**1. (1,5 puntos) Estudie si el vector $(3,12,7)$ pertenece al subespacio generado por los vectores $\{(3,6,2);(-1,0,1)\}$. Encuentre las ecuaciones cartesianas de dicho subespacio.**

$$\begin{vmatrix} 3 & -1 & 3 \\ 6 & 0 & 12 \\ 2 & 1 & 7 \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow (3,12,7) \in L\{(3,6,2);(-1,0,1)\}$$

$$\begin{vmatrix} 3 & -1 & x \\ 6 & 0 & y \\ 2 & 1 & z \end{vmatrix} = 0 \rightarrow 6x - 5y + 6z = 0 \text{ Ecuación cartesiana del subespacio.}$$

**2. (2,5 puntos) Estudie si la matriz $A = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 1 & -1 & 3 \end{pmatrix}$ es diagonalizable y en caso de serlo halle la matriz de paso $P$ y exprese la relación entre $A$ y su matriz diagonal semejante.**

Autovalores: $\lambda_1 = 2\ (doble); \lambda_2 = 4$

$$rg(A - \lambda_1 I) = 1 \rightarrow Dim\big(L(\lambda_1)\big) = 3 - 1 = 2$$

$$rg(A - \lambda_2 I) = 2 \rightarrow Dim\big(L(\lambda_2)\big) = 3 - 2 = 1$$

$$\rightarrow Dim\big(L(\lambda_1)\big) + Dim\big(L(\lambda_2)\big) = 2 + 1 = 3 \rightarrow A\ ES\ DIAGONALIZABLE$$

$$\text{Base } L(\lambda_1) = \{(1,1,0);(0,1,1)\} \quad \text{Base } L(\lambda_2) = \{(1,0,1)\}$$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}^{-1}$$

**3.** (2 puntos) Encuentre los óptimos relativos de la función $f(x,y,z) = x^2 + y^2 + z^2 - xy + x - 2z$.

$$\left.\begin{array}{l} \dfrac{\partial f}{\partial x} = 2x - y + 1 = 0 \\ \dfrac{\partial f}{\partial y} = 2y - x = 0 \\ \dfrac{\partial f}{\partial z} = 2z - 2 = 0 \end{array}\right\} \; x = -\frac{2}{3}; y = -\frac{1}{3}; z = 1$$

$$H = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} \; definida\ Positiva \rightarrow \left(-\frac{2}{3}, -\frac{1}{3}, 1\right)\ Mínimo\ relativo$$

**4. (1,5 puntos) Resuelva la integral** $\int x \cdot \sqrt{x-3}\,dx$

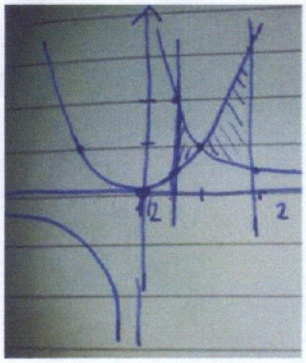
$$\int x\sqrt{x-3}dx = (Por\ partes)\begin{cases} u = x \to du = 1 \\ dv = (x-3)^{1/2} \to v = \frac{2}{3}(x-3)^{3/2} \end{cases}$$

$$= \frac{2}{3}x(x-3)^{3/2} - \frac{4}{15}(x-3)^{\frac{5}{2}} + C$$

También puede hacerse por cambio de variable: $\sqrt{x-3} = t \to x = t^2 + 3 \to dx = 2tdt$

En este caso la solución sería: $\frac{2}{5}(\sqrt{x-3})^5 + 2\left(\sqrt{x-3}\right)^3 + C$

**5. (2,5 puntos) Calcule el área del recinto limitado por las funciones** $y = x^2; y = \frac{1}{x}$ con $\frac{1}{2} \le x \le 2$




$$A = \int_{1/2}^{1} \frac{1}{x} - x^2 dx + \int_{1}^{2} x^2 - \frac{1}{x} dx = \frac{49}{24} - \ln\left(\frac{1}{2}\right) - \ln 2\ u^2$$